

1. Demuestre que $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}.$

2. Resolver las siguientes inecuaciones

a. $\frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x + 3} \geq 1 + \frac{x}{x + 2}$ b. $x - 3 \leq \frac{x^2 - 2}{x} \leq \frac{1}{x^2}$

3. Realizar el estudio de signos de la expresión

$$\frac{x+3}{5-x} - \frac{x-5}{x+5} + \frac{2x^2+30}{x^2-25}.$$

4. Hallar el conjunto solución de

a. $|x + 2a| > |2x - a|, \quad a > 0$ b. $\frac{|3x + 2| + |x|}{2x + 5} \geq 0$

5. Resolver el sistema de desigualdades

a. $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 5 < 3x^2 + 5x \\ \frac{x^2}{x+3} \geq x^2 - 2x \end{cases}$ b. $\begin{cases} \frac{26}{x-3} + 5 \geq \frac{7}{x-2} - x \\ \frac{|3x^2 - x - 2| + (x-1)^2}{2x-5} \leq 0 \end{cases}$

6. Hallar una ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento de recta que va de $(-1, 3)$ a $(4, 8)$ y es perpendicular al segmento.

7. Encontrar la ecuación de dos rectas que se cortan en el punto $P(-4, 3)$, tales que la suma algebraica de sus ordenadas en el origen sea igual a -2 y la suma algebraica de sus abscisas en el origen sea nula.

8. Una recta que pasa por el punto $P(-3, 7)$ y es paralela a la recta $4x + 3y - 7 = 0$, es tangente a una circunferencia de centro $C(2, -3)$. ¿Cuál es el área de la circunferencia?